

2. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2018/19)

Aufgabe 1 – O-Notation

Sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen. Arbeiten Sie mit der Definition aus der Vorlesung, nicht mit Grenzwertbetrachtungen.

a) Für $f: n \mapsto \log_2(n^2)$ gilt $f \in \Theta(\log_{10} n)$. **3 Punkte**

b) Für $f: n \mapsto n \log n$ gilt $f \in \Omega(n^{1,1})$. **3 Punkte**

Aufgabe 2 – Korrektheit

Sei $n \geq 0$ und sei weiter folgender Algorithmus in Pseudocode gegeben:

```
Compute(int n)
int j = 0; int s = 1; int S = 0
while j < n do
    S = S + s
    j = j + 1
    s = s · 2
return S
```

a) Was berechnet $\text{Compute}(n)$? Beweisen Sie ihre Behauptung mittels einer Schleifeninvariante. **4 Punkte**

b) Wie viele Vergleiche, Additionen und Multiplikationen werden in Abhängigkeit von n ausgeführt? **1 Punkt**

c) Formulieren Sie $\text{Compute}(n)$ so um, dass er der while-Schleife nun rekursive Aufrufe benutzt. **4 Punkte**

Hinweis: Welche zusätzlichen Parameter braucht Ihr $\text{ComputeRec}(\dots)$?

Aufgabe 3 – Produkt

Sei folgender Algorithmus zur Berechnung des Produkts $i \cdot (i + 1) \cdot \dots \cdot (j - 1) \cdot j$ für natürliche Zahlen i und j mit $i < j$ gegeben:

```
Produkt(i, j)
return Fakultät(j)/Fakultät(i - 1)
```

```
Fakultät(x)
if x == 0 then
  return 1
return x · Fakultät(x - 1)
```

- Begründen Sie kurz, warum Algorithmus Produkt korrekt ist. **1 Punkt**
- Geben Sie die Worst-Case-Laufzeit von Produkt in Abhängigkeit von i und j an. **1 Punkt**
- Geben Sie eine neue Version des Algorithmus Produkt in Pseudocode an, deren Worst-Case-Laufzeit in $\Theta(j - i)$ ist. **2 Punkte**
- Was spricht für Ihre Version der Methode Produkt, außer dass sie schneller ist als die Version aus Aufgabenteil (a)? **1 Punkt**

Bitte werfen Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 31. Oktober 2019, 13:00 Uhr** in den Vorlesungs-Briefkasten im Informatik-Gebäude. Geben Sie stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen sowie die Übungsgruppe, in der das Blatt zurückgegeben werden soll, an.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit PABS gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.