Lehrstuhl für Informatik I
Algorithmen, Komplexität und wissensbasierte Systeme
Universität Würzburg

Würzburg, den 9. Juli 2019

Prof. Dr. Alexander Wolff
Johannes Zink, M. Sc.

10. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie (Sommer 2019)

Aufgabe 1 – Separierende Kreise und Störgraphen

Geben Sie einen separierenden Kreis (inklusive Teilstücken und deren Einbettung) des Petersengraphen (Abbildung 1) und den dazugehörigen Störgraphen an.

4 Punkte

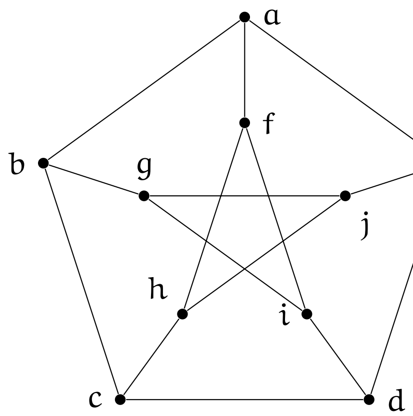

ABBILDUNG 1: Petersengraph

Aufgabe 2 – Knotenzusammenhang

Sei P ein Teilstück eines zweifach knotenzusammenhängenden Graphen G bezüglich eines Kreises C.

Zeigen Sie: Der Graph $C + P$ ist zweifach knotenzusammenhängend. **3 Punkte**

Aufgabe 3 – Störgraph

Zeigen Sie: Ein zweifach knotenzusammenhängender Graph G mit separierendem Kreis C ist genau dann planar, wenn die zwei folgenden Bedingungen gelten:

(B1) Für jedes Teilstück P von G bezüglich C ist der Graph $C + P$ planar.

(B2) Der Störgraph der Teilstücke von G bezüglich C ist bipartit.

3 Punkte

Aufgabe 4 – Planarität

Zeigen Sie: Ein zweifach knotenzusammenhängender Graph ohne separierenden Kreis ist planar. **4 Punkte**

Aufgabe 5 – Herangehensweisen für VERTEX COVER

a) Das Problem VERTEX COVER lässt sich durch folgendes ILP modellieren, das von einem Graphen $G = (V, E)$ abhängt.

$$\begin{array}{lrcll} \text{Minimiere} & \sum_{v \in V} x_v & & & \\ \text{unter den Nebenbed.} & x_u + x_v & \geq & 1 & \text{für jede Kante } uv \in E, \\ & x_v & \in & \{0, 1\} & \text{für jeden Knoten } v \in V. \end{array}$$

Gegeben sei der Graph $K_3 = (\{a, b, c\}, \{ab, bc, ac\})$. Zeichnen Sie die Ränder der Beschränkungen für diese Instanz als verschieden schraffierte Ebenen in dreidimensionale Koordinatensysteme ein. Markieren Sie in einer Zeichnung alle Punkte, die optimalen Lösungen des ILPs und der entsprechenden LP-Relaxierung entsprechen. **3 Punkte**

Hinweis: Koordinatensystem-Vorlagen finden Sie auf der letzten Seite.

b) Argumentieren Sie, warum der folgende Algorithmus ein Faktor-2-Approximationsalgorithmus für VERTEX COVER ist.

LP-VC($G = (V, E)$)
$(x_v)_{v \in V}$ = Lösung der LP-Relaxierung aus Teilaufgabe (a).
$$x'_v = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_v \geq 0{,}5 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$
return $(x'_v)_{v \in V}$

Zeigen Sie dazu, dass die Lösung zulässig ist, den Approximationsfaktor einhält und der Algorithmus nur polynomielle Laufzeit benötigt. **3 Punkte**

Hinweis: Ein Rückgriff auf Blatt 4 ist nicht erlaubt. Argumentieren Sie hier ohne Verwendung von früheren Übungsaufgaben.

Bitte werfen Sie Ihre Lösungen bis **Dienstag, 16. Juli 2019, 8:30 Uhr** in den Vorlesungs-Briefkasten im Informatik-Gebäude. Geben Sie stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen sowie die Übungsgruppe, in der das Blatt zurückgegeben werden soll, an.

Begründen Sie stets Ihre Behauptungen und kommentieren Sie Ihren Pseudocode!

Aufgaben, die mit $\boxed{\text{CPLEX}}$ gekennzeichnet sind, fordern das Erstellen und Lösen von linearen Programmen. Laden Sie Ihren kommentierten Quellcode auf WueCampus hoch und vermerken Sie auf Ihrer Abgabe, welche BearbeiterIn hochgeladen hat.

Koordinatensysteme für die Lösung von Aufgabe 5a.