

9. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie (Sommer 2019)

Aufgabe 1 – Eigenschaften planarer Graphen

- a) Sei $G = (V, E)$ ein einfacher planarer Graph mit $|V| \geq 3$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
- (i) Es gilt $|E| = 3|V| - 6$.
 - (ii) Es gibt kein Paar $u, v \in V$ von Knoten mit $uv \notin E$, so dass $G + uv$ planar ist.
 - (iii) In einer ebenen Zeichnung von G wird jede Facette von einem Kreis mit genau drei Kanten begrenzt.

6 Punkte

- b) Zeigen Sie, dass ein Graph $G = (V, E)$ mit $|E| \leq 3|V| - 6$ nicht notwendigerweise planar ist.

1 Punkt

Aufgabe 2 – Planare Zeichnungen

- a) Betrachten Sie die Graphen G_1 und G_2 in Abbildung 1. Entscheiden Sie für jeden dieser Graphen, ob er planar ist, und zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Behauptung.

4 Punkte

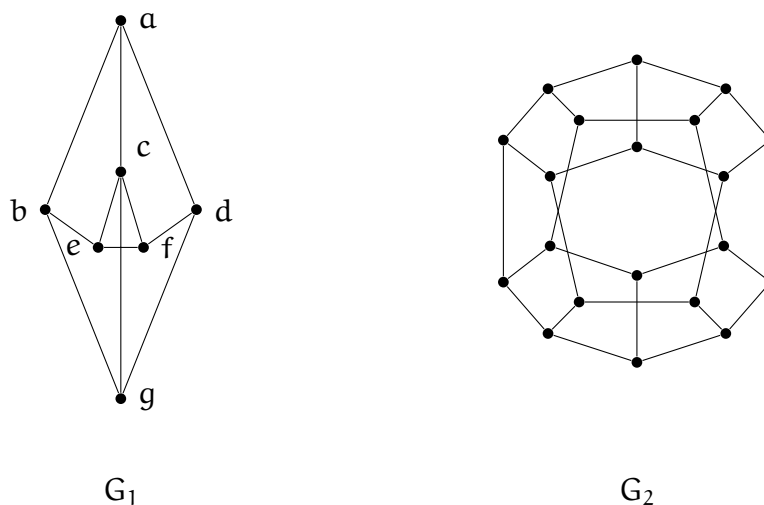


ABBILDUNG 1: Graphen für Aufgabe 2a).

- b) Gegeben sei eine Platine mit vier Bauelementen vom Typ A und fünf Elementen vom Typ B. Jedes Bauelement besitze auf beiden Seiten der Platine (Ober- und Unterseite) je einen Anschluss. Ziel ist es, jedes Element vom Typ A mit jedem Element vom Typ B mit *einer* Leitung auf einer der beiden Seiten der Platine so zu verbinden, dass sich keine zwei Leitungen kreuzen.

Beweisen oder widerlegen Sie, dass dies möglich ist.

3 Punkte

- c) Ist es möglich die Leitungen geradlinig zu verlegen, ohne dass sich Leitungen kreuzen? Falls ja, geben Sie eine Skizze an

3 Zusatzpunkte

Aufgabe 3 – Planare Graphen

- a) Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit mindestens elf Knoten und sei $G' := (V, \binom{V}{2} \setminus E)$.

Zeigen Sie: Höchstens einer der beiden Graphen G und G' ist planar. **3 Punkte**

- b) Zeigen Sie, dass der K_7 überschneidungsfrei auf die Oberfläche eines Torus (siehe Abbildung 2) gezeichnet werden kann.

Hinweis: Finden Sie eine Möglichkeit den Torus „aufzuschneiden“, so dass eine Fläche entsteht. Verteilen Sie die Knoten in geeigneter Weise und zeichnen Sie dann alle benötigten Kanten überschneidungsfrei ein. **3 Punkte**

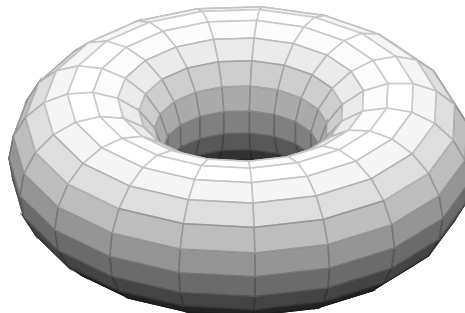


ABBILDUNG 2: Ein Torus.

Bitte werfen Sie Ihre Lösungen bis **Dienstag, 9. Juli 2019, 8:30 Uhr** in den Vorlesungs-Briefkasten im Informatik-Gebäude. Geben Sie stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen sowie die Übungsgruppe, in der das Blatt zurückgegeben werden soll, an.

Begründen Sie stets Ihre Behauptungen und kommentieren Sie Ihren Pseudocode!

Aufgaben, die mit CPLEX gekennzeichnet sind, fordern das Erstellen und Lösen von linearen Programmen. Laden Sie Ihren kommentierten Quellcode auf WueCampus hoch und vermerken Sie auf Ihrer Abgabe, welche BearbeiterIn hochgeladen hat.