

5. Präsenzübungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2017/18)

Aufgabe 1 – Mikrowellen-Pizza

Sie möchten sich in einer Mikrowelle eine Pizza für x Sekunden aufwärmen. An der Mikrowelle befinden sich mehrere Tasten, mit denen Sie die Zeit wie folgt einstellen können: Durch das Drücken einer Taste wird die Zeit, die auf der Taste (in ganzen Sekunden) steht, auf die aktuell eingestellte Aufwärmzeit aufaddiert. Zu Beginn sind 0 Sekunden eingestellt.

Nachdem Sie die gewünschte Zeit eingestellt haben, startet der Druck auf die Start-Taste den Aufwärmvorgang. Ab dann kann die Zeit nicht mehr verändert werden.

a) Die Mikrowelle besitzt vier Tasten mit folgenden Zeiten: 1, 5, 10 und 25 Sekunden.

Geben Sie einen effizienten Greedy-Algorithmus an, der auf Eingabe einer Zeit $x \in \mathbb{N}$ (in Sekunden) die kürzeste Sequenz an Tastendrucke bestimmt, die nötig ist um die Zeit x in der Mikrowelle einzustellen.

Die Sequenz soll als eine Liste ausgegeben werden, wobei die Tasten anhand ihrer Zeit identifiziert werden.

Begründen Sie, dass Ihr Algorithmus korrekt ist.

b) Leider gibt es Mikrowellen mit anderen Tasten, bei denen der Greedy-Ansatz fehlschlägt. Geben Sie eine Mikrowelle an, bei der ein Greedy-Algorithmus eine (korrekte) Tastendruck-Sequenz zurückliefert, die nicht minimal lang ist. Die Tasten sollen ausschließlich positive Sekundenzahlen beschreiben.

c) Sie haben sich eine neue Mikrowelle gekauft, auf der nur Aufwärmzeiten von 0 Sekunden bis zu einer Stunde (3600 Sekunden) eingestellt werden können. Eine weitere Besonderheit Ihrer neuen Mikrowelle ist, dass sie auch Tasten mit negativen Zeiten enthält.

Würde ein Tastendruck zu einer Zeit führen, die größer als eine Stunde wäre, dann stellt die Mikrowelle die Aufwärmzeit automatisch auf eine Stunde ein. Würde ein Tastendruck zu einer Zeit führen, die negativ wäre, dann stellt die Mikrowelle die Aufwärmzeit automatisch auf 0 Sekunden ein.

Damit lassen sich Aufwärmzeiten mit potentiell noch weniger Tastendrucke einstellen, jedoch funktioniert ihr Greedy-Algorithmus aus der a) leider nicht mehr. Geben Sie deshalb einen neuen Algorithmus an, der auf Eingabe einer Mikrowelle und einer gewünschten Aufwärmzeit x eine kürzeste Tastendruck-Sequenz zurückliefert, die nötig ist um x einzustellen. Die Mikrowelle wird hierbei abstrakt als eine Liste der Zeiten ihrer Zeit-Tasten übergeben.

Hinweis: Ihre Mikrowelle enthält sicher eine +1-Sekunde-Taste.

Aufgabe 2 – Leichte Kanten und Schnitte

Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit Kantengewichtsfunktion $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$. Sei weiter $T = (V, E_T)$ ein minimaler Spannbaum von G bezüglich w . Zeigen Sie: für jede Kante $(u, v) \in E_T$ gibt es einen Schnitt, für den $\{u, v\}$ leicht ist.

Diese Aufgaben werden eventuell gemeinsam in den Übungen am 6. und 7. Februar 2018 gelöst. Sie brauchen Sie nicht vorher zu lösen und auch nicht abzugeben.